



Läromedel i den finska matematikundervisningen

Dr. Heidi Krzywacki
Avdelning för pedagogik
Helsingfors Universitet



Innehåll (25.4.2019)

1. Finska lärare och undervisningskultur
2. Läromedels roll i matematikundervisning



Finska lärare och matematikundervisning



Finsk utbildningskontext

Beständig och gemensam utbildningspolitik

- Grundläggande utbildning och universitetsnivå klasslärarutbildning infördes på 1970-talet
- Nationell läroplan förändras ung var tionde år
- En lång tradition av rika läromedel (lärarhandledningar)

Jämlikhet i utbildning

- Utbildning organiseras mest i kommunal skolor
- Två officiella språk (finska, svenska)
- Gratis utbildning som är samma för alla elever oberoende av deras socio-ekonomiska bakgrund



Finsk utbildningskontext

Lärare inflytande i beslutsfattande

- Kommuner (skolor och lärare) planerar lokal läroplan och bedömningsprocedurer som baseras på den nationella läroplanen (UBS), och även allokerar resurser för skolor
- Lärare får välja läromedel, planera och organisera bedömningsaktiviteter samt undervisning

Förtroende för utbildningskultur

- Ingen centraliserad granskning över skolor eller förhandsgranskning av läromedel (kommersiellt)
- Bedömning baserat på formativ bedömning

(Hemmi, Krzywacki & Partanen, 2017)



Mål i matematikundervisning

- Bli medveten om individuella strategier och profil i matematik
 - Kommunikation (sharing) och samarbete med andra elever → verbalisering
 - Positiva erfarenheter och uppmuntring på grund av matematiskt kunnande (känsla av kunnande)
- Att undvika kategorisering i klassen utifrån matematiska insatser
- 'Alla kan matematik!'**
- Elever behöver också träna mekaniska uppgifter och ha möjlighet att behärska grundläggande innehåll



Läromedels roll i matematikundervisning



1. Finska lärarhandledningar

Lärarhandledningar uppskattas speciellt på lågstadienivå

- Handlar mest om pedagogiska ideer: mål, instruktion (genomgående), bedömning (prov) och differentiering
- Undervisningsmetoder som passar olika elever
- Konkretisering och redskap viktigt i alla lärarhandledningar (enligt LP2014)
- Lärarhandledningar kommunicerar via deskriptiva komponenter (cf. Remillard & Reinke, 2012) utanför djupare resonemang

(Hemmi, Krzywacki & Koljonen, 2018)



1. Finska lärarhandledningar

Lektionens innehåll och mål

Uppslag i elevbok

Frågor för kommunikation

Ramberättelse

Läxa med facit

42. Tal i bråkform

Lektionens innehåll

- Allt hollans eget med tal i bråkform
- Allt hollans eget med frågorna om stora delar i figuren är bråkform

Lektionens mål

- Vissa, använder och uttrycker kunskap om mått och längd
- Förstår att om man delar en helhet i 2, 3, 4, 5, 6 delar så blir varje del mindre

Övningar

Frågor till samarbetsövningen

- Hur många delar är det i den svarta cirkeln? (2)
- Hur stor del av cirkeln är om du jämför storleken? (1/2)
- Hur många delar av cirkeln har blå färg? (1)
- Hur stor del av cirkeln har blå färg? (1/2)
- Hur många delar är det i den svarta cirkeln? (3)
- Hur stor del av cirkeln är om du jämför storleken? (1/3)
- Hur många delar av cirkeln har blå färg? (2)
- Hur stor del av cirkeln har blå färg? (2/3)
- Hur många delar är det i den svarta cirkeln? (4)
- Hur stor del av cirkeln är om du jämför storleken? (1/4)
- Hur många delar av cirkeln har blå färg? (1)
- Hur stor del av cirkeln har blå färg? (1/4)

Förslag på arbetsgång

- Ramberättelse
- Frågor till samarbetsövningen och huvudräkningsuppgifter
- Aktivism
 - Förstas har ett kvadratformigt pappersark. Vå pappret på mitten. Deras ark har många lika stora delar pappret delats i 2? Vad är svaret på en del? (en halv, hälften) Vår ärens pappret i fyra och åtta lika stora delar
- Arbete på tavlan
- Elevbokens uppgifter

Huvudräkningsuppgifter

- Pinnen är delat i 4 lika stora delar. Charla och Leo delar pinnen lika. Hur många bitar blir de var? (2)
- En figur är delat i 6 lika stora delar. Bilden av figuren är färglagt på. Hur många gula delar finns i figuren? (3)
- I en stor 5-hörig. Bilderna har färglagt blå i var färd. Hur många blådelar finns i varje bild? (2)

Ramberättelse

En översättning i pöytä

Sally och Emma hade lika pöytä. Emma hade i sin första pöytä 4 stycken av de glömska biter de skulle jämföra för en match. I pöytä Emma hade 2 stycken av dessa pöytäbitar. Hur många glömska bitar är på pöytä Emma hade? "Emma: Hei. Vi delar vårt pöytä. Vi delar den i två lika stora delar så för du en halv." Emma blev förvånad: "Vad är en halv?" Sally skrockade: "Du har varit inte lär dig det här. Emma berättade för Charla, Leo och mig om halvt. Halften betyder att figuren, eller i den här faller, delas, blir hälften så stor som delar, delat i 2. Så om du får halften, betyder det att delat halva pöytä." "Nu förstår jag. Men hur många bitar som Emma hade matchat i sin lika stora delar?" "Första: Emma: "Du är varje del av tredje del", svarade Sally. "Nej, och om två lika stora delar av Emma så var den delat i fyra lika stora delar." "Nu, pöytä till. Men om glömska bitarna är stora och utskottet i en viss storlek", förklarade Sally. "Beräkna Emma's match och se om Emma det här svarar över svaret."

TAVLAN

tal i bråkform

1. a. Hur många lika stora delar är cirkeln delad i? Svar: fyra delar

b. Hur stor del av cirkeln har färglagts? Svar: en fjärdedel

2. a. Hur många lika stora delar är rektangeln delad i? Svar: tre delar

b. Hur stor del av rektangeln har färglagts? Svar: en tredjedel

Övningar

- Övning 1
- Övning 2
- Övning 3
- Film

Huvudräkningsuppgifter

Förslag på genomgång



1. Finska lärarhandledningar

Problemlösning

Problemlösningsoppgifter

1. Ennän är en fjärdedels timme. Hur många minuter är resten? (15 min)

2. Lokotimen är två fjärdedels timme. Hur många minuter är resten? (15 min)

Ovsk

1. Dela halvan i två lika stora delar. Fyll en halv skål halvt.

2. Vän: torret - spel

Tips

1. Klappar
2. Vän: torret - spel

Tips och aktiviteter

Kunskapsbank och Forskning om

Kunskapsbank

Del av halvan
Del av kvarten

Forskning om

1. Favorit kopieringsunderlag

2. Trans Favorit

3. Trans Merit Favorit

Kopieringsunderlag

Digital träning

1. Finska lärarhandledningar

Tavoitteena on oppia
- murtoluvun kertominen luonnollisella luvulla.

Murtolukujen kertolaskua

Oppitunnilla käsitellään ensimmäistä kertaa murtoluvun kertomista luonnollisella luvulla. Tunnilta opitaan myös yksinkertaistamaan kertolaskun tulos sekaluvuksi muuntamalla ja supistamalla.

• Havainnollistetaan murtoluvun kertomista piirrosmallien avulla:

$$3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$4 \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4 \cdot 2}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

- Todetaan, että luonnollisella luvulla kerrotaan luvun osoittaja mutta ei nimittäjää.
- Kertomisen jälkeen tulo supistetaan mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon.
- Tulo muunnetaan sekaluvuksi, jos on mahdollista.

Harjoituksia

Kertopeli numerokorteilla

Oppilasparilla on kahdet numerokortit 1–10 (oppaan liite 72), kynä ja paperi.

Kortit ovat pakassa numeropuolelta alaspäin. Kumpikin pelaaja nostaa vuorollaan kolme korttia ja muodostaa niistä murtoluvun kertolaskun (esim. $2 \cdot \frac{4}{9}$) ja laskee laskun.

Kun kaikki kortit on käytetty, ve-

Genomgående

Murtolukujen kertolaskua

1. Merkitse laske ja laske. Muunna tulos sekaluvuksi ja supista, jos voit.

a) $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ b) $2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ c) $4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

2. Täydennä laske ja laske. Muunna tulos sekaluvuksi ja supista, jos voit.

a) $4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ b) $3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ c) $2 \cdot \frac{3}{2} = 3 = 3\frac{0}{1}$

3. Laske. Muunna tulos sekaluvuksi ja supista, jos voit.

a) $2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ b) $3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ c) $4 \cdot \frac{3}{4} = 3 = 3\frac{0}{1}$

4. Laske. Muunna tulos sekaluvuksi ja supista, jos voit.

a) $2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ b) $3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ c) $4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$

Extra uppgifter

Uppslag i elevsbok

1. Laske. Muunna tulos sekaluvuksi ja supista, jos voit.

a) $2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ b) $4 \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{1}{2}$

c) $5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ d) $3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

4. Päättele puuttuvat määrät Käsikahvila Hämeen leikkimies ja supista, jos voit.

	1 päivästä	2 päivästä	4 päivästä	5 päivästä
Sleakitsa	$\frac{1}{4}$ kg	$\frac{2}{3}$ kg = $\frac{2}{3}$ kg	$\frac{4}{3}$ kg = 1 kg	$\frac{5}{3}$ kg = $1\frac{2}{3}$ kg
Purilurikka	$3\frac{1}{2}$ kg	7 kg	14 kg	$17\frac{1}{2}$ kg
Kulupaperoina	$\frac{1}{4}$ kg	$\frac{2}{3}$ kg	$\frac{4}{3}$ kg	$\frac{5}{3}$ kg = 1 kg
Karmaa	$\frac{1}{3}$ l	$\frac{2}{3}$ l	$\frac{4}{3}$ l = $1\frac{1}{3}$ l	$1\frac{2}{3}$ l

2. Merkitse laske ja laske. Muunna tulos sekaluvuksi ja supista, jos voit.

a) Käsikahvilan kahvi joka päivä $\frac{1}{2}$ h
Kuinka monta tuntia käsikahvilan raskinainen menu aikoo kestää?
 $7 \cdot \frac{1}{2} h = \frac{7}{2} h = 3\frac{1}{2} h$
Vastaus: $3\frac{1}{2} h$ (eli 3 h / 30 min)

b) 50 litran saavin kaadettiin neljä $8\frac{1}{2}$ litran annoslaatikko kulkemaarissa.
Kuinka paljon kulkemaarissa saavin vielä maistui?
 $50 l - 4 \cdot 8\frac{1}{2} l = 16 l$
Vastaus: 16 l

3. Ratkaise x kulkemalla.

a) $2 \cdot x = \frac{4}{3}$ b) $10 \cdot x = \frac{2}{3} - \frac{8}{9}$ c) $x \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$ $x = 4$ $x = 1$

40. 1. Laske. Muunna tulos sekaluvuksi ja supista, jos voit.

a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$ b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$

2. Kirjoita sanalliset tehtävät laskuksi. Laske.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3. Kirjoita sanalliset tehtävät laskuksi. Laske.

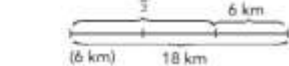
a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

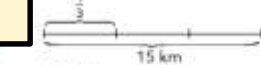
Pohdittavaa

Ohitetaan oppilaita käyttämään apuna.

1. Mikä hän joka oli 18 km. Kuinka pitkä matka Mikolla oli vielä jäljellä?



2. Riina pysähtyi sitomaan kengännauhaa, kun hän oli juossut $\frac{1}{3}$ lenkistä, joka oli 15 km. Kuinka pitkä matka Riinalla oli vielä jäljellä?

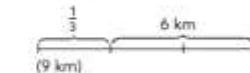


3. Katri oli juossut $\frac{2}{3}$ kuntolenkistään, kun hän pysähtyi juomaan. Matkaa oli vielä jäljellä

2 km. Kuinka pitkä oli Katrin kuntolenkki?



4. Jussi oli juossut $\frac{1}{3}$ lenkistään, kun hän pysähtyi juomaan. Lenkistä oli jäljellä vielä 6 km. Kuinka pitkä oli Jussin lenkki?



Päässälaskuja

- $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$ ($\frac{3}{4}$)
- $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 1$ ($\frac{5}{6}$ eli $1\frac{1}{2}$)
- $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = 1$ ($\frac{7}{7}$ eli 1)
- $\frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$ ($\frac{8}{9}$)
- $\frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$ ($\frac{8}{9}$)
- $\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10}$ ($\frac{7}{10}$)

- $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ ($\frac{9}{10}$)
- $\frac{4}{12} + \frac{4}{12} + \frac{4}{12} = \frac{12}{12}$ eli 1

Vihkolaskuja

Laske ja muunna sekaluvuksi, jos voit.

- $2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$ ($\frac{4}{5}$)
- $3 \cdot \frac{6}{7} = \frac{18}{7}$ ($\frac{6}{7}$)
- $5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ ($3\frac{3}{4}$)
- $4 \cdot \frac{7}{12} = \frac{28}{12} = \frac{7}{3}$ ($2\frac{1}{3}$)
- $9 \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$ ($6\frac{3}{4}$)



2. Lärare och läromedel

En enkätstudie i Finland och Sverige (2013-14) innehåller flera påståenden

Frivilliga lärare (N=603)

- svenskspråkiga lärare i Finland (N=200)
- finskspråkiga lärare i Finland (N=209)
- svenska lärare (N=194)

(Pehkonen, Hemmi, Krzywacki & Laine, 2018)



2. Lärare och läromedel

Jag och läromedel i matematikundervisning

1. Jag skulle inte klara mig att undervisa matematik utan lärobok.
2. Läroboken binder mig ganska mycket.
3. Jag är nöjd med mitt sätt att undervisa matematik.
4. Man borde lägga mer tid på problemlösning.
5. Läroböcker i matematik är väldigt bra.

(Pehkonen, Hemmi, Krzywacki & Laine, 2018)



3. Hur används läromedel i matematikundervisning?

- Lärare kan utnyttja olika resurser i sin klass för att utveckla och variera matematikundervisningen
 1. tryckt läromedel (textböcker och lärarhandledningar)
 2. digitala material och IKT (kompletterande resurser)

Lärare väljer och tillämpar resurser enligt lärandemål och innehåll dessutom elevers behov



3. Lärare med digitalt material

- Digitalt material är meningsfullt bara om det tydligt hjälper elevers progression eller om det förbättrar skolarbetet (cf. Pepin et al, 2017)
- Lärare är kritiska användare av digitala material
- Finska lärare är ganska ‘gammaldags’ fortfarande
 - förlitar sig på traditionella resurser

?? Borde man utveckla läromedel som möjliggör någonting nytt utöver existerande resurser?

(Krzywacki, Hemmi, Remillard & van Steenbrugge, 2018)



Referenser

Hemmi, K., Krzywacki, H. & Partanen, A-M. (2017). Mathematics Curriculum . The Case of Finland. In D.R. Thompson, M.A. Huntley & C. Suurtamm (Eds.), International Perspectives on Mathematics Curriculum (pp. 72-101). Charlotte, NC: IAP.

Hemmi, K., Krzywacki, H. & Koljonen, T. (2018). Investigating Finnish teacher guides as a resource for mathematics teaching. Scandinavian Journal of Educational Research, 62(6), 911-928.

Hemmi, K., Krzywacki, H., & Liljekvist, Y. (2018). Challenging traditional classroom practices: Swedish teachers' interplay with Finnish curriculum materials. Journal of Curriculum Studies.

Pehkonen, L., Hemmi, K., Krzywacki, H., & Laine, A. (2018). A cross-cultural study of teachers' relation to curriculum materials. In E. Norén, H. Palmér & A. Cooke (Eds.), NORMA 17 – Nordic Research in Mathematics Education. Skrifter från SMDF, nr 12 (pp. 319-328). Stockholm: Svensk förening för matematikdidaktisk forskning.

Krzywacki, H., Hemmi, K., Remillard, J., & van Steenbrugge, H. (2018). Finnish primary teachers' interaction with curriculum materials - digitalisation as an augmenting element. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Ed.), Proceedings Of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education



Frågor?